4^a LISTA DE MECÂNICA QUÂNTICA II

(2012-2)

1. Considere uma partícula espalhada por um potencial do tipo função delta com simetria esférica: $V(r) = \alpha\,\delta(r - a)$, onde α e a são constantes.
   (a) Construa a expansão em ondas parciais para a onda espalhada e obtenha os deslocamentos de fase associados a cada componente.
   (b) Obtenha a seção de choque de espalhamento no limite de baixas energias, ou seja, $a << \lambda$.
   (c) Obtenha a amplitude de espalhamento utilizando a aproximação de Born. Tome o limite de baixa energia e compare com o resultado obtido no item anterior.

2. Considere uma partícula de massa m sob ação do potencial central

$$V(r) = \begin{cases} -V_0 & r < a \\ 0 & r > a\ . \end{cases}$$

   onde V_0 é uma constante positiva.
   (a) Escreva a equação radial para a função de onda da partícula. Obtenha a solução associada ao estado ligado ($E < 0$) com $l = 0$ (onda s).
   Resposta:

$$u_0(r) = \begin{cases} A\,e^{-\alpha\,r} & r < a \\ B\,\mathrm{sen}\Big(\sqrt{k_0^2 - \alpha^2}\,r\Big) & r > a\ , \end{cases}$$

   onde $k_0 = \sqrt{2mV_0/\hbar^2}$ e $\alpha = \sqrt{-2mE/\hbar^2}$.
   (b) Escreva a condição de continuidade da função de onda em $r = a$, e mostre a seguinte relação que determina a energia do estado ligado com $l = 0$:

$$\tan\left(\sqrt{k_0^2 - \alpha^2}\,a\right) = -\frac{\sqrt{k_0^2 - \alpha^2}}{\alpha}\ .$$

   Mostre que não há estado ligado se a profundidade do potencial (V_0) for muito pequena.
   (c) Obtenha a solução associada ao espalhamento da partícula ($E > 0$) com $l = 0$ (onda s).
   Resposta:

$$u_0'(r) = \begin{cases} A\,\mathrm{sen}(k\,r + \delta_0) & r > a \\ B\,\mathrm{sen}\Big(\sqrt{k_0^2 + k^2}\,r\Big) & r < a\ , \end{cases}$$

   onde $k = \sqrt{2mE/\hbar^2}$.

3. Use a aproximação de Born para calcular a seção de choque de espalhamento para o poencial de Yukawa:

$$V(r) = V_0\,\frac{e^{-\alpha r}}{\alpha\,r}$$

4. (a) Obtenha a densidade de estados $n(E)$ para uma partícula livre em três dimensões.
   (b) Em um processo de ionização , os elétrons ejetados do átomo podem ser considerados como aproximadamente livres quando a energia absorvida for muito maior do que a energia de ionização ($13,6eV$ para o hidrogênio, por exemplo). Neste caso, use a regra de ouro de Fermi para determinar a taxa de absorção de luz com frequência ω por átomos de hidrogênio inicialmente preparados no estado fundamental.